

PGS. PTS. ĐỖ VĂN LƯU

GIẢI TÍCH HÀM

$$\|Ax\| \leq M \|x\|$$

$$\|Ax\| \leq M \|x\|$$

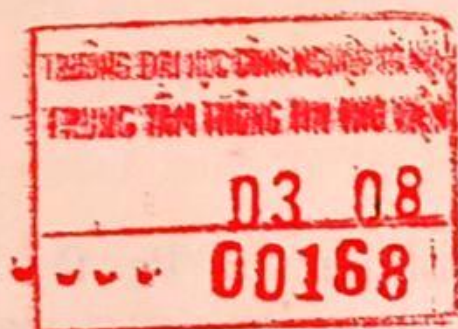
$$\|Ax\| \leq M \|x\|$$

$$\|x\| \leq M \|x\|$$



NHÀ XUẤT BẢN
KHOA HỌC VÀ KỸ THUẬT

Pgs.Pts. ĐỒ VĂN LƯU



GIẢI TÍCH HÀM

Giáo trình cho các trường đại học



NHÀ XUẤT BẢN KHOA HỌC VÀ KỸ THUẬT
HÀ NỘI - 1999

LỜI NÓI ĐẦU

Lý thuyết giải tích hàm phong phú và đẹp đẽ. Có thể nói giải tích hàm là một ngành toán học công cụ và là nơi gặp gỡ của nhiều ngành toán lý thuyết và ứng dụng. Các phương pháp và kết quả của giải tích hàm đã xâm nhập vào tất cả các ngành có sử dụng công cụ của giải tích và không gian tuyến tính. Chẳng hạn, chỉ nói riêng đối với ngành tối ưu, bằng các phương pháp giải tích hàm, người ta đã xây dựng được các lý thuyết điều kiện tối ưu chung nhất cho tất cả các bài toán qui hoạch toán học, điều khiển tối ưu và biến phân cổ điển.

Giáo trình này trình bày các kiến thức cơ bản nhất của giải tích hàm, và nối tiếp với giáo trình tô pô đại cương của chính tác giả. Các chương I và II trình bày những nét đại cương về không gian tô pô tuyến tính, không gian lồi địa phương, không gian định chuẩn, không gian Banach, lý thuyết toán tử tuyến tính liên tục và liên hợp của không gian định chuẩn. Chương III trình bày một cách có hệ thống các nguyên lý cơ bản của giải tích hàm, bao gồm: định lý Hahn - Banach, nguyên lý bị chặn đều Banach - Steinhauss, nguyên lý ánh xạ mở và định lý đồ thị đóng, là những cơ sở nền móng cho lý thuyết giải tích hàm. Các lý thuyết tô pô

yếu, toán tử liên hợp và toán tử compac được xét trong chương IV. Cuối cùng, chương V trình bày lý thuyết không gian Hilbert và toán tử tuyến tính liên tục trong không gian Hilbert. Sau mỗi chương đều có bài tập nhằm củng cố và nâng cao nội dung kiến thức đã trình bày.

Trong khuôn khổ một giáo trình cao học, chúng tôi chỉ đề cập được những nét cơ bản nhất của giải tích hàm và không thể trình bày được tất cả các hướng phát triển của giải tích hàm. Ở đây tập trung trình bày chủ yếu là lý thuyết các không gian từ tổng quát đến cụ thể và lý thuyết các toán tử tuyến tính liên tục trong các không gian định chuẩn và không gian Hilbert.

Để hiểu được giáo trình này, độc giả chỉ cần có một số kiến thức tối thiểu về tôpô đại cương và đại số tuyến tính. Giáo trình này đã và đang được dùng làm tài liệu cho học viên cao học từ khóa 6 của Viện Toán học. Tác giả xin chân thành cảm ơn PGS. Phan Huy Khải, Giám đốc Trung tâm Đào tạo sau đại học, Viện Toán học, đã động viên khuyến khích tác giả biên soạn và Cử nhân Đỗ Kim Chung, PTS Vũ Văn Đạt đã xử lý văn bản cuốn sách trên hệ soạn thảo AMSTEX.

TÁC GIẢ

MỤC LỤC

	Trang
Lời nói đầu	1

*Chương I*KHÔNG GIAN LỖI ĐỊA PHƯƠNG
VÀ KHÔNG GIAN ĐỊNH CHUẨN

1.1. Không gian tôpô tuyến tính	3
1.2. Không gian lỗi địa phương	21
1.3. Không gian định chuẩn	34
1.4. Một số ví dụ về không gian lỗi địa phương và không gian định chuẩn	41
1.5. Không gian Banach	47
Bài tập	61

*Chương II*TOÁN TỬ TUYẾN TÍNH LIÊN TỤC
VÀ KHÔNG GIAN LIÊN HỢP

2.1. Toán tử tuyến tính	65
2.2. Toán tử tuyến tính liên tục	70
2.3. Không gian liên hợp	81
2.4. Toán tử ngược và phổ của toán tử tuyến tính	89
2.5. Không gian định chuẩn hữu hạn chiều	97
2.6. Liên hợp của các không gian c_0, l_p và $\mathcal{L}_p[0, 1]$	105
Bài tập	122

*Chương III*CÁC NGUYÊN LÝ CƠ BẢN
CỦA GIẢI TÍCH HÀM

3.1. Định lý Hanh - Banach	128
3.2. Nguyên lý bị chặn đều Banach - Steinhauss	141
3.3 Nguyên lý ánh xạ mở	148
3.4. Định lý đồ thị đóng	152
Bài tập	155.

Chương IV

TÔPÔ YẾU VÀ TOÁN TỬ COMPÁC

4.1. Không gian phản xạ và toán tử liên hợp	161
4.2. Tôpô yếu	170
4.3. Toán tử compắc	188
4.4 Phổ của toán tử compắc	199
Bài tập	210

Chương V

KHÔNG GIAN HILBERT

5.1. Đại cương về không gian Hilbert	214
5.2. Khai triển trực giao	222
5.3. Không gian liên hợp	240
5.4. Toán tử tuyến tính liên tục	246
Bài tập	270
Tài liệu tham khảo	276